## 4. PROIECTAREA ANGRENAJULUI CILINDRIC

Calculul de rezistenţă a angrenajelor cilindrice cu dantura în evolventă este reglementat în **STAS 12268-84**, considerând încărcarea reală atât la solicitarea flancului prin oboseală de contact cât şi la solicitarea de încovoiere a dinţilor.

***Forţa tangenţială reală*** pentru calculul ***la solicitarea flancului prin oboseală de contact*** este dată de relaţia:

$$F_{tHef} = F_{tH} \cdot K_A \cdot K_V \cdot K_{H\beta} \cdot K_{H\alpha} \tag{4.1}$$

iar pentru ***solicitarea de încovoiere a dinţilor*** este:

$$F_{tFef} = F_{tF} \cdot K_A \cdot K_V \cdot K_{F\beta} \cdot K_{F\alpha} \tag{4.2}$$

în care: $F_{tH}$ şi $F_{tF}$ sunt forţele nominale, iar factorii $K_A$, $K_V$, $K_{H\beta}$, $K_{H\alpha}$, $K_{F\beta}$, $K_{F\alpha}$ se aleg din tabele sau nomograme.

### 4.1. Predimensionarea angrenajului cilindric

Se determină *distanţa minimă între axe* şi *modulul normal minim* din condiţiile de rezistenţă la solicitarea de oboseală de contact, respectiv încovoiere a dinţilor, se aleg numerele de dinţi şi deplasările specifice de profil pentru cele două roţi cilindrice.

*Calculul la oboseala de contact a flancurilor dinţilor* se poate realiza prin compararea tensiunii de contact $\sigma_H$ cu tensiunea admisibilă de contact $\sigma_{HP1(2)}$ cu relaţia:

$$\sigma_H = Z_H \cdot Z_\varepsilon \cdot Z_E \cdot Z_\beta \cdot \sqrt{\frac{F_{tH} \cdot K_A \cdot K_V \cdot K_{H\beta} \cdot K_{H\alpha}}{b_w \cdot d_1} \cdot \frac{u_c + 1}{u_c}} \le \sigma_{HP1(2)} \tag{4.3}$$

cu:

$$\sigma_{HP1(2)} = \frac{\sigma_{H\lim 1(2)}}{S_{HP1(2)}} \tag{4.4}$$

unde: $\sigma_{H\lim 1(2)}$ este tensiunea limită la oboseala de contact a pinionului, respectiv roţii cilindrice şi $S_{HP1(2)}$ este coeficientul de siguranţă la solicitarea de contact.

Astfel rezultă relaţia de calcul pentru ***distanţa minimă necesară între axe***:

$$a_{\min} = (u_c \pm 1) \cdot \left[ \frac{T_{1c} \cdot K_A \cdot K_V \cdot K_{H\beta} \cdot K_{H\alpha}}{2 \cdot \psi_a \cdot u_c \cdot \left( \frac{\sigma_{H\lim b}}{S_{HP}} \right)^2} \cdot \left( \frac{Z_H \cdot Z_\varepsilon \cdot Z_E \cdot Z_\beta}{Z_N \cdot Z_L \cdot Z_R \cdot Z_V \cdot Z_x \cdot Z_W} \right)^2 \right]^{1/3} \tag{4.5}$$

în care: $T_{1c}$ este momentul care solicită pinionul cilindric şi depinde de ciclograma de încărcare (constantă, în trepte sau variabilă continuu) reprezentată în **tabelul 1.4** (Creţu S., ş.a., 1992).

*Calculul dinţilor la oboseala prin încovoiere* scris sub forma:

$$\sigma_F = \frac{F_{tF} \cdot K_A \cdot K_V \cdot K_{F\beta} \cdot K_{F\alpha}}{b \cdot m_n} \cdot Y_{Fa} \cdot Y_{Sa} \cdot Y_\beta \cdot Y_\varepsilon \le \sigma_{FP} \tag{4.6}$$

în care: $$\sigma_{FP} = \frac{\sigma_{F\lim}}{S_{FP}} \qquad (4.7)$$

conduce la relaţia pentru ***modulul normal minim***:

$$m_{n\min} = \frac{(u_c \pm 1) \cdot T_{1c} \cdot K_A \cdot K_V \cdot K_{F\beta} \cdot K_{F\alpha} \cdot Y_{Fa} \cdot Y_{Sa} \cdot Y_\beta \cdot Y_\varepsilon}{\psi_a \cdot a_W^2 \cdot (\sigma_{0\lim} / S_{FP}) \cdot Y_N \cdot Y_\delta \cdot Y_R \cdot Y_X} \qquad (4.8)$$

*Mărimi de calcul*

**1. Date iniţiale:**

- Momentul de torsiune al pinionului : $T_{1c} = \frac{P_{1c}}{\omega_{1c}} \cdot 10^6$ [N· mm] (4.9)
- Puterea transmisă de pinionul cilindric : $P_{1c} = P_{2k} = P_{1k} \cdot \eta_k$ [kW] (4.10)
- Turaţia pinionului: $n_{1c} = n_{2k} = \frac{n_{1k}}{i_k}$ [rot/min] (4.11)
- Viteza unghiulară a pinionului: $\omega_{1c} = \frac{\pi \cdot n_{1c}}{30}$ [rad/s] (4.12)
- Raportul numerelor de dinţi: $u_c = \frac{z_{mare}}{z_{mic}} = \frac{z_{2c}}{z_{1c}} = i_c$ (4.13)
- Turaţia roţii cilindrice condusă: $n_{2c} = \frac{n_{1c}}{i_c}$ [rot/min] (4.14)
- Numărul de cicluri de funcţionare a pinionului (pentru solicitarea de oboseală de contact şi încovoiere):

$$N_H = N_F = 60 \cdot n_{1c} \cdot D_h \qquad (4.15)$$

- Condiţiile de funcţionare: specificate în tema de proiectare.

**2. Date adoptate**

- Tipul angrenajului: **cilindric exterior**

- Materialul şi tratamentul termic: se aleg *oţeluri laminate* sau *forjate*. Marca de oţel şi tehnologia de fabricaţie se stabilesc astfel încât să poată oferi dinţilor condiţii optime de duritate şi structură, astfel:

  - *oţeluri de îmbunătăţire* (HB ≤ 3000...3500 MPa) pentru viteze periferice $v_p$ = 4...2 m/s, cu tratament termic de călire-revenire înaltă în toată masa semifabricatului;
  - *oţeluri durificate superficial* (HB > 3500 MPa) pentru viteze periferice $v_p$ > 12 m/s, cu tratament termic de *nitrurare* (în baie, gaz), *călire* prin curenţi de înaltă frecvenţă (CIF) sau călire cu flacără (CFL), *cementare*.

**Tabelul 1.1** (Creţu S., ş.a., 1992): *Marcă oţel*, *duritatea flancului*, *mărimea caracteristică "s"* (dimensiunea roţii dinţate pe a cărei direcţie se primeşte şi se cedează cantitatea maximă de căldură în timpul încălzirii şi aplicării sarcinii)

- Clasa de precizie: se adoptă - *clasa mijlocie*: **7** ; **8** ; **9**

● Profilul de referinţă: definit în secţiunea normală pe direcţia dintelui prin *cremaliera de referinţă* **STAS 821 - 82**: $\alpha_n = \mathbf{20^0}$, $h_{an}^* = \mathbf{1}$, $c_n^* = \mathbf{0{,}25}$.

● Unghiul de înclinare de divizare al danturii: $\beta$ - se recomandă:
= **10⁰** - pentru danturi durificate superficial;
= **15⁰** - pentru danturi îmbunătăţite

● Coeficientul diametral al lăţimii danturii: $\psi_d$ - **tabelul 1.7** (Crețu S., ș.a., 1992) - funcţie de $HB_{1(2)}$, aşezarea pinionului faţă de reazeme şi treapta de precizie.

● Factorul de utilizare: $K_A = K_{Am} \cdot K_{Al}$ - **tabelele 1.5** şi **1.6** (Crețu S., ș.a., 1992) - funcţie de caracteristicile şi tipul maşinii motoare şi a maşinii de lucru (antrenată).

● Factorul dinamic: $K_V$ = **1,2** - la dantura dreaptă;
= **1,15** - la dantura înclinată.

● Factorul repartiţiei sarcinii pe lăţimea danturii: $K_{H\beta} = K_{F\beta}$ cu relațiile din **tabelul 1.8** (Crețu S., ș.a., 1992) funcție de duritate, treapta de precizie, așezarea pinionului față de reazeme și $\psi_d$ adoptat din **tabelul 1.7** (Crețu S., ș.a., 1992).

● Factorul repartiţiei frontale a sarcinii la solicitarea de contact:
$K_{H\alpha}$ = **1** - la dantură precisă dreaptă (treptele 1...7) şi înclinată (treptele 1...6);
$= 1/Z_\varepsilon^2$ - la dantura neprecisă (treptele > 7) dreaptă şi înclinată.

● Factorul influenţei formei flancurilor dinţilor: $Z_H = \left(\dfrac{2 \cdot \cos\beta_b}{\sin\alpha_t \cdot \cos\alpha_t}\right)^{1/2}$ (4.16)

unde: - unghiul de înclinare pe cercul de bază: $\beta_b = \arcsin(\sin\beta \cdot \cos\alpha_n)$ (4.17)
- unghiul de presiune de referinţă frontal: $\alpha_t = arctg(tg\alpha_n / \cos\beta)$ (4.18)

La dantura dreaptă nedeplasată: $Z_H$ = **2,5**.

● Factorul influenţei lungimii minime de contact:
$Z_\varepsilon$ = **0,95** la danturi drepte sau înclinate cu $\psi_d \le 0{,}5$;
= **0,88** pentru $\psi_d > 0{,}5$

● Factorul materialelor: $Z_E$ - **tabelul 1.9** (Crețu S., ș.a., 1992) - funcţie de tipul materialelor roţilor şi modulele de elasticitate.

● Factorul influenţei înclinării danturii: $Z_\beta = (\cos\beta)^{1/2}$ (4.19)

● Coeficientul axial al lăţimii danturii: $\psi_a = \psi_d \cdot \dfrac{2}{u_c + 1} = \dfrac{b}{a_W}$ (4.20)

● Rezistenţa limită de bază la oboseala de contact: $\sigma_{H\lim b}$ - **tabelul 1.11** (Crețu S., ș.a., 1992) - funcţie de tipul materialului, tratamentul termic şi duritatea flancurilor dinţilor.

● Factorul de siguranţă admisibil pentru solicitarea de contact: $S_{HP}$ - **tabelul 1.10** (Crețu S., ș.a., 1992).

● Factorul influenţei duratei de funcţionare asupra solicitării de contact şi încovoiere: $Z_N$, respectiv $Y_N$ - **tabelul 1.12** (Crețu S., ș.a., 1992) **-** funcţie de materialul, tratamentul termic al danturii şi numărul de cicluri de solicitare la contact sau încovoiere ( $N_H = N_F$ )

● Factorul influenţei ungerii: $Z_L$ = **1** **-** dacă nu se cunoaşte vâscozitatea uleiului;
- din fig. 6.6 - în funcţie de $\upsilon_{50^0}$ a uleiului.

● Factorul influenţei rugozităţii flancurilor dinţilor:
$Z_R$ = **1** - la danturi rectificate (R = 1…5 $\mu m$);
= **0,9** - la danturi frezate.

● Factorul influenţei vitezei periferice: $Z_V$ = **1**

● Factorul de dimensiune: $Z_X$ = **1**

● Factorul influenţei raportului durităţilor flancurilor dinţilor celor două roţi:
$Z_W$ = **1** - la angrenaje normale;
$= 1{,}2 - \dfrac{HB - 1300}{17000}$ - la angrenaje cu diferenţă mare de duritate între roţi (pinionul durificat superficial şi rectificat, iar roata îmbunătățită la $1300 < HB < 4000$ şi frezată)

● Factorul repartiţiei frontale a sarcinii la solicitarea de încovoiere: $K_{F\alpha}$ = **1**

● Factorul de formă a dintelui: $Y_{Fa}$ = **2,5**

● Factorul concentratorului de tensiune la piciorul dintelui: $Y_{Sa}$ = **2**

● Factorul înclinării dinţilor: $Y_\beta$ = **1** - la danturi drepte;
= **0,9** - la danturi înclinate durificate;
= **0,8** - la danturi înclinate îmbunătăţite şi dantura în V.

● Factorul gradului de acoperire: $Y_\varepsilon$ = **1**

● Rezistenţa limită de bază la solicitarea de încovoiere: $\sigma_{0\lim}$ - **tabelele 1.14, a, b, c, d** (Crețu S., ș.a., 1992) **-** funcţie de materialul danturii, tratamentul termic si duritatea flancului in zona de racordare.

● Factorul de siguranţă admisibil pentru solicitarea de încovoiere: $S_{FP}$ - **tabelul 1.10** (Crețu S., ș.a., 1992).

● Factorul sensibilităţii materialului solicitat la oboseală la concentratorul de tensiune: $Y_\delta$ = **1,1**

● Factorul de rugozitate: $Y_R$ = **1**

● Factorul de dimensiune: $Y_X$ = **1**.

## 3. Elemente geometrice calculate

● Distanţa minimă între axe: $a_{\min}$ [mm] - cu relaţia (4.5)

● Distanţa între axe: $a_W$ [mm] se adoptă.

Există două *cazuri*:

a) se cere o distanţă între axe $a_{STAS}$ conform STAS 6055-82**:** $a_{\min}$ se măreşte la prima valoare standardizată (se poate şi micşora la precedenta valoare dacă: $\frac{(a_{STAS}-a_{\min})}{a_{STAS}} \leq \pm 0{,}05$) şi se obţine $a_w = a_{STAS}$;

b) nu se cere $a_{STAS}$: $a_{\min}$ se rotunjeşte la următoarea valoare întreagă în mm şi se obţine $a_w$.

Dacă se consideră cazul a) valoarea calculată se rotunjeşte la o valoarea superioară standardizată pentru ***distanţa între axe*** $a_W$ [mm] conform STAS 6055 – 82, **Tabelul 1.13** (Creţu S., ş.a., 1992), din şirul următor:

**40**; 45; **50**; 56; **63**; 71; **80**; 90; **100**; 112; **125**; 140; **160**; 180; **200**; 225; **250**; 280; **315**; 355; **400**; 450; **500**; 560; **630**; 710; **800**; 900 ; **1000**; 1120; **1250**; 1400; **1600**; 1800; **2000**; 2250; **2500**.

● Diametrele de divizare preliminare:

$$d_{1pr} = \frac{2 \cdot a_W}{u_c + 1} \ ; \qquad d_{2pr} = u_c \cdot d_{1pr} \tag{4.21}$$

● Vitezele tangenţiale preliminare ale roţilor dinţate:

$$v_{t1pr} = \frac{\omega_{1c} \cdot d_{1pr}}{2 \cdot 1000} = \frac{\pi \cdot d_{1pr} \cdot n_{1c}}{60 \cdot 1000} = v_{t2pr} \qquad \text{[m/s]} \tag{4.22}$$

● Modulul normal minim necesar: $m_{n\min}$ [mm] - cu relaţia (4.8).

● Modulul normal: $m_n$ [mm] - se adoptă valoarea superioară celei calculate conform STAS 822-82, **Tabelul 1.13** (Creţu S., ş.a., 1992), din următorul şir :

**1** ; 1,125 ; **1,25** ; 1,375 ; **1,5** ; 1,75 ; **2** ; 2,25 ; **2,5** ; 2,75 ; **3** ; 3,5 ; **4** ; 4,5 ; **5** ; 5,5 ; **6** ; 7 ; **8** ; 9 ; **10** ; 11 ; **12** ; 14 ; **16** ; 18 ; **20** ; 22 ; **25** ; 28 ; **32** ; 36 ; **40** ; 45 ; **50** ; **60** ; 70 ; **80** ; 90 ; **100**.

● Numărul maxim de dinţi pentru pinion:

$$z_{1c\max} = \frac{2 \cdot (a_W - m_n) \cdot \cos\beta}{(u_c + 1) \cdot m_n} \tag{4.23}$$

● Numărul de dinţi pentru pinionul cilindric: $z_{1c}$ - se recomandă : $\geq$ $\mathbf{10^0}$;

= **12...17 (21)** - la danturile cementat-călite;
= **25...35** - la danturile îmbunătăţite;
= **15...23 (25)** - la danturile durificate (CIF, nitrurate).

● Numărul de dinţi pentru roata cilindrică condusă: $z_{2c} = u_c \cdot z_{1c}$ (4.24)

*Observaţii*:

- $z_{1c}$ şi $z_{2c}$ se rotunjesc la valori întregi cu respectarea condiţiei:

$$\Delta u = \left| \frac{u_{dat} - u_{realizat}}{u_{dat}} \right| \cdot 100 \le \Delta u_a \quad (4.25)$$

unde: $u_{dat} = i_c = u_c$ ; $u_{realizat} = z_2 / z_1$ ; $\Delta u_a =$ **3 %**

- Dacă nu se realizează condiţia: se micşorează sau se măresc $z_{1c}$ şi /sau $z_{2c}$ pe cât posibil să nu aibă divizori comuni.

● Modulul normal recalculat : $m_n = \dfrac{2 \cdot a_W \cdot \cos\beta}{z_{1c} \cdot (u \pm 1) + 2 \cdot \cos\beta}$ [mm] (4.26)

în care: $u = u_{realizat}$ şi se standardizează - **tabelul 1.13** (Crețu S., ș.a., 1992).

● Distanţa de referinţă dintre axe: $a = m_n \cdot \dfrac{z_1 + z_2}{2 \cdot \cos\beta}$ [mm] (4.27)

● Unghiul de angrenare frontal: $\alpha_{tW} = \arccos\left( \dfrac{a}{a_W} \cdot \cos\alpha_t \right)$ [deg] (4.28)

● Coeficientul deplasării de profil însumate:

$$x_{ns} = x_{n1} + x_{n2} = \frac{z_1 + z_2}{2 \cdot tg\alpha_n} \cdot \left( inv\alpha_{tW} - inv\alpha_t \right) \quad (4.29)$$

unde: $inv\alpha = tg\alpha - \alpha$ pentru unghiul α [rad]

● Coeficienţii deplasărilor de profil pentru fiecare dintre cele două roţi dinţate: $x_{n1}$, $x_{n2}$ se determină folosind diagramele din **fig. 1.16, b** (Crețu S., ș.a., 1992).